

බල සමතුලිතතාව හා සන්ධි කළ දැඩි

1) ඒකාකාර සිහින් ද්‍රව්‍යකින් තනා ඇති කුහර වස්තුවක් පොදු වෘත්තාකාර ආධාරකයක් දිගේ අරඛගෝලයකට යා කරන ලද සිරස් කේෂය 2α වූ සාපු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්වරුපය ගනී. කේතුව හා අරඛගෝලය පිහිටා ඇත්තේ ආධාරකයේ දෙපසිනි. 6 කොස් $\alpha = \sqrt{37} - 1$ නම් සුම්ම තිරස් තලයක් මත අරඛ ගෝලිය පාශේෂයේ මිනෑම ලක්ෂණයක දී ස්පර්ශ වන සේ වස්තුව සමතුලිතතාවෙහි පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(1976)

- (2) එක එකක් දිගෙන් $2a$ වූද එහෙත් $W_2 < W_1$ වන පරිදි පිළිවෙළින් බරන් W_1 ත් W_2 වූද AB, BC ඒකාකාර ඉතිම්. දෙකක් දෙපසින් නගින තරජු ඉතිමගක් සැදෙන පරිදි B හි දී සුමට ලෙස අසවු කර A ත් C ත් රං තිරස් බිමක් මත සිටින සේ සිරස තලයක තබා ඇත. AC දෙනැනැදීම සර්යෙනු සංගුණකය ම වෙයි. බර W වන මිනියක් A කොණෙන් පටන්ගෙන ඉතිමගයින් නගියි. මිනිසා යම්කිසි දුරක් නැයුතු පසු තරජු ඉතිමග ලිස්සයි නම් පළමුවෙන් ලිස්සිම සිදුවන්නේ C හිදී බව පෙන්වන්න. $A\bar{B}C = 2\theta$ නම් ලිස්සිම පටන් ගැනීමට පෙර මිනිසා ඉතිමග දිගේ නැගි දුර සොයන්න. (1977)
- (3) සමාන බරින් ද සමාන දිගකින් ද, යුත් ඒකාකාර දූඩු 4 ක් දූඩු දාමයක් සැදෙන සේ ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමටව එකට සන්ධි කර තිබේ. දාමයේ නිදහස් කෙළවරවල් එකම තිරස් රේඛාවේ පිහිටි අවල ලක්ෂය දෙකකට සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. මෙම පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින විට පළමුවැනි 4 වැනි දූඩු එක එකක් තිරස සමග α කෝණයක් සාදයි. දෙවැනි තුන්වැනි දූඩු එක එකක් $\tan^{-1} (\frac{1}{3} \tan \alpha)$ කෝණයකින් තිරසට ආනන්ද බව පෙන්වන්න. අසව් වල දී ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.
- (4) එක එකක් $2a$ දිගින් ද W බරින් ද යුත් සමාන ඒකාකාර AB, AC දූඩු දෙකක් A හි දී සුමට ලෙස එකට සන්ධි කර ඇත. අක්ෂය තිරස්වන සේ අවල ලෙස සවි කළ r අරය ඇති සුමට වෘත්ත සිලින්චරයක් උඩින් මේ දූඩු දෙක සම්මිත ලෙස තිශ්වලතාවෙහි තබා තිබේ. එක් එක් දැන්වෙහි තිරසට ආනතිය θ නම් $a \cos^3 \theta \cosec \theta = r$ බව පෙන්වන්න. A සන්ධියේදී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. (1980)
- (5) එක එකක් W බරින් AB, BC, CD, DA සමාන ඒකාකාර දූඩු හතරක් සුවල ලෙස එකට සන්ධි කර A ගෙන් එල්ලා තිබේ. මේ රාමු සකිල්ල AD හින් DC හින් මධ්‍ය ලක්ෂය යා කරන ලුහු අවිතනා තන්තුවක් මගින් සමවතුරපුයක ආකාරයට තිබේ. එක් එක් සන්ධියේදී ප්‍රතික්‍රියාවන් තන්තුවේ ආතතියන් සොයන්න. (1981)
- (6) අඩ සිරස් කෝණය $\frac{\pi}{4} \text{ rad}^{-1} (\sqrt{2})$ වූ ඒකාකාර සංප්‍රවීත්ත කේතුවක් කුඩා සුමට නැදුත්තකින් එල්ලා තිබෙන්නේ කේතුවේ ශිරසයටත් එහි වෘත්ත ආධාරකයෙහි පරිධිය මත ලක්ෂයකටත් සවිකර නාදුත්ත උඩින් යවා ඇති ලුහු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගිනි. කේතුව එහි අක්ෂය තිරස් වන සේ තිශ්වලතාවෙහි පාත්‍රය නම් තන්තුවේ දිග කේතුවේ උස මෙන් තුන් ගුණයක් බව ජ්‍යාමිතික තුමයක් මගින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ පෙන්වන්න. (1982)
- (7) W බරින් ඒකාකාර දැන්වික් එහි කෙළවරවලට ඇසු තන්තු දෙකක් මගින් රඳවනු ලැබේ. සමතුලිතතාවෙන් එල්ලයි. තන්තුවල ආතති T_1, T_2 නම් සිරසට දැන්වෙහි ආතති කෝණයේ කෝසයිනය $|T_1^2 - T_2^2| / W \sqrt{2(T_1^2 + T_2^2) - W^2}$ බව පෙන්වන්න. (1983)

- (8) AB සහ BC තැමැති සමාන වූත් ඒකාකාර පුත් ඉතිම්. දෙකක් B හි දී සූවල ලෙස අසුළු කර ඒවායේහි මධ්‍ය ලක්ෂණ ලැඟුවක් මගින් යාකර ඇත්තේ ලැඟුව නූත්‍රල්ව පවත්නා විට $ABC4 = 2\theta$ වන පරිදිය. A කෙළෙවර සූවල ලෙස විවරනය කර ඇති අතර C කෙළෙවර A හරහා යන සූමට ආනත තලයක් මත තබා ඇත්තේ AC රේඛාව තිරස සමග පහතට 5 කෝණයක් සාදන්නා වූ වැඩිනම බැහුම රේඛාවක් වන පරිදිය. ලැඟුවේ සමතුලිතතා ආතනිය $W(2\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි W යනු එක් එක් ඉතිමගේහි බර වේ. (1984)
- (9) එක් එක් a දිගින් හා W බරින් යුතු ඒකාකාර දැඩු හතරක් ඒවායේ කෙළෙවරවල්වල දී සූවල ලෙස එකිනෙකට අසව කිරීමෙන් තැනු ABCD රොම්බසයක් A ට හා B ට ඇස් සිරස් තන්තු දෙකක් මගින් AB තිරසව සිටින පරිදි රඳවා තිබේයි. a දිගින් යුතු ප්‍රූ අප්‍රත්‍යාස්ථා තන්තුවක් මගින් A හා C ඇදා තිබේයි. A වත් B වත් ඇදා ඇති තන්තුවල ආතනි පිළිවෙළන් $3w$ දී w දී බව දක්වන්න. AC තන්තුවේ ආතනිය සොයන්න. (1985)
- (10) එක් එකක බර $8w$ දී දිග $5a$ දී වන AB,BC සමාන ඒකාකාර දැඩු දෙකක් සමග බර 14w දී දිග $6a$ දී වන AC තුන්වැනි ඒකාකාර දැඩුවක් ABC තිකෝණයක් සැදෙන සේ සූවල ලෙස සන්ධි කර ඇති. තිකෝණය සිරස් තලයක පහිටන සේ A හි වන සූමට විවරනියකින් එල්ලා ඇති අතර එය AC තිරස දී B දිරුපාය AC ට පහළින් දී වන සේ සමතුලිතතාවේ පිහිටුව පිණිස AC දැඩුවට යුත්මයක් යොදා ඇති.
- පුත්මයේ සුරුණය සොයා එහි අත රුප සටහනක් දක්වන්න.
 - CA ත් AB ත් මගින් BCමත මෙහෙයවනු ලබන බලවල සිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.
- (11) A හි දී සූවල ලෙස සන්ධි කළ එක එකක බර W වූ සමාන ඒකාකාර AB , AC දැඩු දෙකක B හා C දෙකෙළවර යුතු අවිතනය තන්තුවක් මගින් ඇදා තිබේයි. එක එකක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත සූමට තල දෙකක් මත B හා C සම්මිතික ලෙස තිශ්වලතාවේ පවතී. BC තිරස වන අතර BC ට ඉහළින් A පිහිටා ඇති. B හි දී ප්‍රතිත්‍රියාව සොයන්න. $2\theta = B\bar{A}C$ විට $\tan \theta > 2 \tan \alpha$ නම් තන්තුවේ ආතනිය $\frac{1}{2}W(\tan \theta - 2 \tan \alpha)$ බව පෙන්වන්න. A සන්ධියේ ප්‍රතිත්‍රියාව සොයන්න. (1987)
- (12) පිළිවෙළන් $3a$, $4a$, $5a$ දිගැති AB, BC හා CA ඒකාකාර දැඩු තුනක් A, B හා C ලක්ෂණවල දී සූවල ලෙස අසවිකර තිබේයි. දැඩුවල බර ඒවායේ දිගට සමානුපාතික වෙයි. A ට ඇදු තන්තුවක් මගින් පද්ධතිය තිශ්වලව එල්ලෙමින් පවතියි. AB දැඩුවක් තිරසට $\frac{4}{3}$ කෝණයකින් ආනතව පිහිටන බව පෙන්වන්න. දැඩුවල ඒකක දිග බර γ යැයි උපකළුපනය කරමින් B හා C අසවිවල දී ඇති ප්‍රතිත්‍රියා සොයන්න. (1988)
- (13) දායී වස්තුවක් සියල්ලම සමාන්තර තොටු ත්‍රියා රේඛාවක් සහිත ඒකතල බල තුනක ත්‍රියාව යටතේ සමතුලිතතාවේ පවතී නම් එවිට ඒවායේ ත්‍රියා රේඛා ඒක ලක්ෂණය විය යුතු බව පෙන්වන්න. අරය $\sqrt{3}a$ වන සූමට අර්ථ ගෝලාකාර අවල පානුයක ගැටීය උඩින් යන දිග $4a$ වන ඒකාකාර බර දැඩුවක් එක් කෙළෙවරක් පානුයේ පැශේෂය ස්ථාපිත කරමින් තිසළව ඇති. පානුයේ ගැටීයේ සිරසව පිහිටයි නම්, තිරසට දැඩුවක් ආතනිය රේඛායන $\pi/6$ බව පෙන්වන්න. (1989)

- (14) එක එකක දිග $2a$ සහ බර W වන AB , BC සහ CD ඒකාකාර දුඩු තුනක් B සහ C හි දි නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත. BC තිරස්වද AB හා CD එක එකත් සූමට අවල නාදුත්තක ආධාරය ඇතිවද පද්ධතිය සමතුලිතව නිසලනාවේ ඇත. එකිනෙකට $2c$ දුරකින් එකම තිරස් මට්ටමක නාදුති පිහිටා ඇත. AB සිරසට a කෝණයකින් ආනන වන බව පෙන්වන්න. මෙහි $\sin \alpha = \left[\frac{3(c-a)}{2a} \right]^{\frac{1}{2}}$ බව. B හි දි ප්‍රතිත්වාව සොයා එය තිරස සමග $\tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \tan \alpha \right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. (1989)

- (15) එක එක් දැන්වහි බර W දිග $2a$ දී වන එක සමාන ඒකාකාර දුඩු හයක් ABCDEF අඩසුය සැදෙන පරිදි සූමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. ඒවා A ශිරපෘයෙන් එල්ලා සවිධී අඩසුයක හැඩියට තබා ඇත්තේ $a\sqrt{3}$ දිගැති LM තම සැහැල්පු තිරස් දැන්වක ආධාරයෙනි. මෙහි $BL = FM = x$ වන පරිදි BC හා EF මත ලක්ෂයන්ට පිළිවෙළින් L හා M කෙළවරවල් සූමට ලෙස අසවි කර තිබේ. D ශිරපෘයෙහි දි ඇති ප්‍රතිත්වාව සොයන්න. LM දැන්වහි තෙරපුම $3\sqrt{3}$ W බව පෙන්වන්න. x දුර $\frac{a}{6}$ බවද පෙන්වන්න. (1990)

- (16) බර W වූ දී G ගුරුත්ව කේත්දයෙන් දැන්ඩා ආ හා b දිගැති කොටස් දෙකකට බෙදන්නා වූ දී AB දැන්වක දෙකෙලවරට $l (> a+b)$ දිග ප්‍රහු අවිතනා තන්තුවක් ගැට ගසා තිබේ. තන්තුව කුඩා සූමට P නාදුත්තක් උඩින් යවා දැන්ඩා සමතුලිතනාවේ තබා ඇත. අ) i) $A\bar{P}G = B\bar{P}G$ බව දී
ii) $\cos A\bar{P}G = \frac{a+b}{2l} \left[\frac{l^2 - (a+b)^2}{ab} \right]^{\frac{1}{2}}$ බව දී පෙන්වන්න.
ආ) තන්තුවේ ආනතිය සොයන්න. (1991)

- (17) එක එකක බර W දිග $2a$ දී වන AB සහ AC සමාන ඒකාකාර දුඩු දෙකක් A හිදි නිදහස් ලෙස සන්ධි කර B හා C දෙකෙලවර සූමට තිරස් මෙසයක් මත පිහිටන සේ සිරස් තලයක තබා ඇත. සමතුලිතනාව පවත්වා ගන්නේ C ලක්ෂයන් AB හි මධ්‍ය ලක්ෂයන් යා කෙරෙන ප්‍රහු අවිතනා තන්තුවක් මගිනි. එක් එක් දැන්ඩා තිරස සමග $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ කෝණයක් සාදයි. තන්තුවේ ආනතිය $T = \frac{w}{4} \sqrt{1 + 9 \cot^2 \alpha}$ බව පෙන්වන්න. A සන්ධියේ ප්‍රතිත්වාවේ විශාලත්වයන් දිඟාවත් සොයන්න. (1991)

- (18) බර W වූ AB දැන්වක් අරය r දී කේත්දය C දී වූ සූමට අවල අර්ථ ගෝලාකාර පාතුයක් තුළ සමුළුරුණයෙන් ම පිහිටන පරිදි නිශ්චලව පිහිටා ඇත. AB දැන්ඩා G ගුරුත්ව කේත්දය මගින් දැන්ඩා ආ හා b කොටස් දෙකට බෙදා තිබේ. මෙහි $b > a$ දී $r > \sqrt{ab}$ දී වෙයි. සමතුලිතා පිහිටීමේ දි තිරසට දැන්ඩා ආනතිය θ තම $\sin \theta = \frac{b-a}{2\sqrt{r^2 - ab}}$ බවත් $CG = \sqrt{r^2 - ab}$ බවත් පෙන්වන්න. පාතුයන් දැන්ඩා අතර ප්‍රතිත්වා සොයන්න. (1992)

(19) එක එකක බර W වන AB හා BC සමාන ඒකකාර දූඩු දෙකක් B හි දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර තිබේයි. ඒවායේ මධ්‍ය ලක්ෂණය ඇදනු ලැබූ අප්‍රත්‍යාශ්‍ය තන්තුවේ දිග කොනෝක් ද යන් එය නොවක් ව ඇති විට ABC කෝණය සාපුළක්ෂණයක් වන පරිදිය. පද්ධතිය නිදහස් ලෙස A ලක්ෂණයෙන් එල්ලා ඇති නම් ද එය සමතුලිතතා පිහිටීමේ තිබේයි නම් ද සිරසට AB ගේ ආනතිය $\tan^{-1}(1/3)$ බවත් තන්තුවේ ආතනිය $\frac{3W}{\sqrt{5}}$ බවත් පෙන්වන්න. BC දැන්ම මත B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව BC මස්සේ ක්‍රියා කරන බව ද පෙන්වන්න. (1992)

(20) බර W ද අරය a ද වූ ඒකාකාර සුමට සන ගෝලයක් a දිගැති තන්තුවක් මගින් අවල O ලක්ෂණයකින් එල්ලා තිබේයි. බර W ද දිග 4a ද වූ සුමට ඒකාකාර දැන්ම එක් කෙළවරක් එම O ලක්ෂණයට ම නිදහස් ඇදා ඇති. දැන්ම ගෝලය හා ස්ථාන වෙමින් තිස්සා තිබේයි නම් තන්තුවේන් දැන්මින් සිරසට ආනති එක එකක් $\frac{\pi}{12}$ ට සමාන වන බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ ආතනිය $\frac{W \cos(\frac{\pi}{12})}{\sin(\frac{\pi}{3})}$ බව ද පෙන්වා ගෝලයත් දැන්මින් අතර ප්‍රතික්‍රියාව සෞයන්න. (1993)

(21) AB, BC, CD, DA සමාන ඒකාකාර දූඩු හතරක් නිදහස් ලෙස සනධි කර ඇත්තේ ABCD සමවතුරසුයක් සැදෙන පරිදිය. පද්ධතිය A ලක්ෂණයෙන් එල්ලා තිබේයි. සමවතුරසු හැඳිය පවත්වා ගන්නේ AB හිත් BC හිත් මධ්‍ය ලක්ෂණ යා කෙරෙන අවිතනා තන්තුවක් මගිනි. එක් එක දැන්මේ බර W නම්,

- C හි දී ප්‍රතික්‍රියාව සිරසට $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත දිගාවකට වූ $\frac{W\sqrt{5}}{2}$ බවත්
- D හි දී ප්‍රතික්‍රියාව තිරස දිගාවකට වූ $\frac{W}{2}$ බවත්
- යා කෙරෙන තන්තුවේ ආතනිය $4W$ බවත්
- B හි දී ප්‍රතික්‍රියාව සිරසට $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ කෝණයකින් ආනත දිගාවකට වූ $\frac{W\sqrt{17}}{2}$ බවත් සාධනය කරන්න. (1993)

(22) දිග $2a$ ද බර W ද වූ ඒකාකාර සුමට AB දැන්මට එහි අවල A කෙළවර වටා සුවල ලෙස හැඳිරෙන්නට ප්‍රථම. බර $2W$ වූ කුඩා සුමට C මුදුවකට දැන්ම දිගේ සර්පණය විය හැකිය. A ලක්ෂණය මෙන් එකම තිරස මට්ටමේ පිහිටි D අවල ලක්ෂණයකට මුදුව ඇදා ඇත්තේ $a/4$ දිගෙන් යුත් අවිතනා තන්තුවක් මගිනි. තන්තුවන් දැන්මන් එකම සිරස් තලයක පිහිටියි. $AD = \frac{a}{4}$ සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී දැන්ම හා මුදුව අතර ප්‍රතික්‍රියාව සෞයා දැන්ම තිරස සමඟ $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. තන්තුවේ ආතනියන් A කෙළවරේ ප්‍රතික්‍රියාවන් සෞයන්න. (1994)

(23) එක එකක දිග a ද බර W ද වූ AB, BC, CD යන සමාන ඒකාකාර දූඩු තුනක් දිග $2a$ ද බර $2W$ ද වූ ඒකාකාර AD දැන්මින් A,B,C,D ලක්ෂණයවල දී සුවල ලෙස අසවු කර තිබේයි. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂණයෙන් එල්ලු රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවේ පවතියි. A හා B සන්ධිවල දී AB දැන්ම මත ප්‍රතික්‍රියාවල විශාලත්ව හා දිගා සෞයා ඒවායේ ක්‍රියා රේඛා BC ට පහැලින් $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ ගැළුරක දී හමුවන බව පෙන්වන්න. (1994)

(24) දාඩ් වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතව තබා ගනිධි නම් එක්සේ එවා ලක්ෂණයක දී හමු විය යුතු බව තැක්වෙන්න. බර W ද අරය l ද වූ ඒකාකාර සූමට අරඹගෝලිය පාතුයක් විය යුතු බව පෙන්වන්න. බර W ද අරය l ද වූ ඒකාකාර සූමට අරඹගෝලිය පාතුයක් සූමට තිරස් මෙයයක් මත නිසලව තිබේ. $2l$ දිගින් හා W බරින් යුත් ඒකාකාර සූමට තිරස් මෙයක් නිසලව පවතින්නේ එහි කොටසක් පාතුය ඇතුළේ පිහිටන පරිදිය. තිරසට දැන්වා තිබා නිසලව පාතුයේ ආධාරකයේ ආනතිය $\frac{\pi}{6}$ චෙයි. තිරසට දැන්වා තිබා ආනතිය $\theta \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ ද අරඹගෝලයේ ආධාරකයේ ආනතිය $\frac{\pi}{6}$ චෙයි. (1995)

$$\text{i)} \quad \theta = \frac{1}{2} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{1}{4} \right) - \frac{\pi}{6} \right\} \text{ බවත්}$$

$$\text{ii)} \quad l = \frac{1}{2} r \sec \theta \text{ බවත්}$$

$$\text{iii)} \quad R = \frac{w}{(8 + \sqrt{3} - \sqrt{15})^{1/2}} \text{ බවත් සාධනය කරන්න.} \quad (1995)$$

(25) එක එකක් W බරින් යුතු සමාන ඒකාකාර AB, AC දැඩු දෙකක් A හි දී සූමුවල ලෙස සන්ධි කර එවායේ B සහ C දෙකෙළවර යුතු තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධ කර තිබේ. B සහ C සමත්තික ලෙස නිශ්චලතාවේ පිහිටා ඇත්තනේ එක එකක් තිරසට $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ කොළඹයකින් ආනත වූ ද එක සමාන රූ වූ ද ආනත තල දෙකක් මත ය. ආනත තලවල බැහුම් එකක් අනිකට මුහුණා ඇති අතර දැඩුවල තලය සිරස්ය. BAC කොළඹය 2θ ද B හා C දෙකෙළවරේ දීම සර්ථක කොළඹය β ද විට දැඩු සිමාකාරී සමතුලිතතාවෙන් පවතියි. තන්තුවේ T ආනතිය $T = \frac{1}{2} W \tan \theta + W \tan(\beta - \alpha)$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. A සන්ධියේ දින් B කෙළවරේ දින් AB දැන්වා මත ප්‍රතිත්වා සොයන්න. තව ද $\frac{BP}{AB} = \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha - \beta)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි P යනු එම ප්‍රතිත්වා දෙකේ ක්‍රියාරේඛාවල ජේදන ලක්ෂණය යි. (1995)

(26) දාඩ් වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල සමාන්තර තොවන බල තුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතතාවෙන් තබා ගනිධි නම් ඒ බල ලක්ෂණයක දී හමුවිය යුතු බව පෙන්වන්න. W බරින් යුත් AB දැන්වා C ගුරුත්ව කේන්දුයෙන් දැන්වා බෙදාලන්නේ පිළිවෙළින් a හා b දිග ඇති AC හා CB කොටස් දෙකටය. දැන්වා නිසලව සමතුලිතතාවෙන් තිබෙන්නේ B කෙළවර සූමට සිරස් බිත්තියකට හේත්තුකර B ට සිරස් ලෙස ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි D ලක්ෂණයකට ඇදු $l (> a + b)$ දිගින් යුත් යුතු අවිතනා තන්තුවක් A කෙළවරකට සම්බන්ධ තිබේ. (1995)

$$\text{අ)} \quad \cos^2(A\bar{B})D = \frac{a^2}{b(b+2a)} \left[\frac{l^2}{(a+b^2)} - 1 \right] \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

අ) තන්තුවේ ආනතිය සොයන්න. (1996)

(27) එක එකක් $2a$ දිගින් හා W බරින් යුත් සමාන ඒකාකාර AB, AC දැඩු දෙකක් A හි දී සූමට ලෙස සන්ධි කර තිබේ. a දිගින් යුත් බර රහිත BD දැන්වා B හි දී සූමට ලෙස සන්ධි කර AC මත ස්රේණිය විය හැකි යුතු සූමට කුඩා මුදුවකට D හි දී සවිකර ඇත. B සහ C දෙකෙළවර සූමට තිරස් තලයක නිශ්චලතාවේ පිහිටන පරිදි පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. BD දැන්වා ප්‍රත්‍යාබලය $\frac{W}{12} (3\sqrt{2} - \sqrt{6})$ බව පෙන්වන්න. A සන්ධියේ දී AB දැන්වා මත ප්‍රතිත්වාවේ විභාගත්වය හා දිගාව ද එහි ක්‍රියා රේඛාවට CB හමුවන ලක්ෂණය ද සොයන්න. (1996)

(28) දායි වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර නොවන ඒකතල බල තුනක් මගින් එම වස්තුවේ සමතුලිතතාවේ පිහිටි නම් එම බල තුන ලක්ෂණයක දී හමුවිය යුතු බව පෙන්වන්න. A සහ B කේත්ද සහිතව වෙනස් අරයන් ඇති එක එකෙහි බර W වන සූමට ඒකාකාර ගෝල දෙකක් ගිරැජය යටි අතට සිටින සේ අවලට තබා ඇති සූමට සාපුරු වෙත්තාකාර තුහර කේතුවක් ඇතුළත සමතුලිතතාවේ පවතින්නේ එක් එක් ගෝලය එක් ලක්ෂණයක දී පමණක් කේතුව ස්පර්ශ කරන පරිදිය. කේතුවේ අඩ සිරස් කෝණය $\frac{\pi}{3}$ වන අතර එහි අක්ෂය සිරස සමග $\beta \left(< \frac{\pi}{6} \right)$ කෝණයක් සාදයි. AB රේඛාව උපු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි නම්,

$$\theta = \tan^{-1} \left(\cot 2\beta - \frac{1}{2} \operatorname{cosec} 2\beta \right) \text{ බව පෙන්වන්න. කේතුවේ පැනිවල ප්‍රතිත්ව්‍ය සෞයන්න. } \quad (1997)$$

(29) ඒකාකාර සූමට දැන්වික් AB, BC හා CD නම් කැලී තුනකට කපා ඇත්තේ එවායේ දිග පිළිවෙළින් I, 2I හා / වන පරිදිය. මෙවා B හි දින් C හි දින් සූමට ලෙස සන්ධි කොට කේත්දය O හා අරය 2I වන අවල සූමට ගෝලයක් මත නිශ්චලනාවේ තබා ඇත්තේ BC හි මධ්‍ය ලක්ෂණයන් A හා D අන්ත දෙකන් ගෝලය ස්පර්ශ කෙරෙන පරිදිය. BC දැන්වි මත එහි මධ්‍ය ලක්ෂණයේ දී ප්‍රතිත්ව්‍යව $\frac{91W}{100}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි W යනු දැන්වෙහි බර වේ. C සන්ධියේ දී CD දැන්වි මත ප්‍රතිත්ව්‍යවේ විශාලත්වය හා දිගාවන් එහි ක්‍රියා රේඛාවට OD හමුවන ලක්ෂණයන් සෞයන්න. } \quad (1997)

(30) දායි වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර නොවන ඒකතල බල තුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතතාවේ තබයි නම් එම බල තුන ලක්ෂණයක දී හමුවන බව පෙන්වන්න. අරය r වූ සූමට ඒකාකාර අර්ධගෝලය පාත්‍රයක් සූමට තිරස් මෙසයක් මත නිසලට තිබයි. 2I දිගින් ද පාත්‍රයේ බරට සමාන බරින් ද යුත් සූමට ඒකාකාර දැන්වික් නිශ්චලනාවේ ඇත්තේ එහි කොටසක් පාත්‍රය ඇතුළේ තිබෙන පරිදිය. සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී තිරසට අර්ධගෝලයේ ආධාරකයේ ආනතිය $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ ද පාත්‍රය ඇතුළේ වූ දැන්වේ කොටස මගින් කේත්දයේ දී ආපාතනය කෙරෙන කෝණය $2\beta \left(> \frac{\pi}{2} \right)$ ද වෙයි.

i) $r = l \operatorname{cosec} \alpha \sin(\alpha + \beta)$ බවන්

ii) $\cot \alpha = \tan 2\beta - \frac{1}{2} \sec 2\beta$ බවන් පෙන්වන්න. } \quad (1998)

(31) ඒකාකාර සූමට දැන්වික් පිළිවෙළින් $2b \sec \alpha$, $2b$ හා $2b \sec \alpha$ දිගින් යුත් AB, BC හා CD කැබලී තුනකට කපා තිබයි. ඒවා B හි දින් C හි දින් සූමට ලෙස සන්ධි කර අත්තය සිරස්ව ද ශිරැජය ඉහළින්ම ද තිබෙන අවල පරාවලයික වාපයක් මත සම්මිත ලෙස නිශ්චලනාවේ තබා ඇත්තේ කැබලී තුනම පරාවලයට ස්පර්ශක වන පරිදිය. පරාවලයේ නාහිය දිරැජයට පහළින් $b \tan \alpha$ ගැහුරකින් වෙයි. දැන්වේ ඒකක දිගක බර w නම් CD දැන්වි නිසා පරාවලය මත ඇති කරන ප්‍රතිත්ව්‍යව $2wb \tan^2 \alpha$ බව පෙන්වන්න. තව ද $\sin \alpha \tan^2 \alpha - \sec \alpha = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න. } \quad (1998)

(32) a) Ox, Oy සාපුරකෝණාසු කාටයිය අක්ෂ දිගේ එකක මෙශීක පිළිවෙළින් i, j ට වෙයි.

අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන P හා Q බල දෙකක් පිළිවෙළින් $4i + 3j$ සහ $-3i - 4j$ මෙශීක වලට සමාන්තර වෙයි. බල දෙක් සම්පූර්ණය විශාලත්වය $7N$ හි i දෙශීකයේ දිගාවට ක්‍රියාකරන බලයකි. P සහ Q හි විශාලත්ව ගණනය කරන්න.

ආ) අරය a සහ බර W මූලිකාර ගෝලයක් තිරසට ආනතිය α හි අවල සුමට තලයක නිශ්චලනාවයේ තබා ඇත්තේ ගෝල පෘෂ්ඨයේ ලක්ෂ්‍යකට එක් කෙළවරක් ද තලයේ ලක්ෂ්‍යකට අනිත් කෙළවර ද ඇඳු දිග / හි සැහැල්ල අවිතනා තන්තුවක ආධාරයෙනි. තලය සමග තන්තුව සාදන ත කෝණය සෞයන්න. ගෝලය මත ක්‍රියා කරන බල සඳහා බල ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න. මෙම බල ත්‍රිකෝණය හාවිතයෙන් හෝ අන්තුමයකින්.

i) තන්තුවේ ආනතිය $\frac{W(l+a) \sin \alpha}{\sqrt{l^2+2al}}$ බව සහ

ii) තලයෙන් ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W \cos(\alpha-\theta)}{\cos \theta}$ බව පෙන්වන්න. (2000)

(33) එක එකහි අරය a සහ බර W මූලිකාර සුමට ගෝල දෙකක් එකිනෙක ස්ථාපිත කරමින් අරය b (> 2a) මූලිකාර සුමට අර්ධගෝලාකාර පාත්‍රයක ඇතුළත නිශ්චලව තිබේ. එක් ගෝලයක් මත ක්‍රියා කරන බල ත්‍රිප්‍රාණය කරමින් වෙනම රුප සටහනක බල ත්‍රිකෝණයක් ඇද ගෝල දෙක අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{Wa}{\sqrt{b(b-2a)}}$ බව පෙන්වන්න. (2002)

(34) එක එකක බර W මූලිකාර සුමාන එකාකාර දුඩු හතරක් ABCD සමවතුරසුයක් සැදෙන පරිදි එවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත. සමවතුරසුය A සන්ධියෙන් එල්ලා එහි සමවතුරසුකාර හැඩිය සහිතව සමතුලිතතාව පවත්වා ගනු ලබන්නේ BC, CD පහත දුඩු දෙකකි මධ්‍යලක්ෂ්‍ය යා කරන සැහැල්ල දැන්වක් මගිනි. සැහැල්ල දැන්වේ ප්‍රත්‍යාලයන් C හිදී ප්‍රතික්‍රියාවන් ගණනය කරන්න. (2002)

(35) අරය a වන සුමට තුනී අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක් එහි ගැටිය තිරස්ව සහ ඉහළින්ම පිහිටන පරිදි සවිකාට ඇත. බර W සහ $2l (> 2a)$ වන සුමට එකාකාර AB දැන්වක් A කෙළවර පාත්‍රයේ ඇතුළත පෘෂ්ඨයේ පිහිටන පරිදි දැන්වේ C ලක්ෂ්‍යයක් පාත්‍රයේ ගැටිය මත ගැටෙමින් නිසලව ඇත. දැන්ව මත ක්‍රියා කරන බල සටහන් කරන්න. A වටා සුරුණ ගැනීමෙන් C හි දී R ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{Wl}{2a}$ බව පෙන්වන්න. තවද R සහ W අතර තවත් සම්බන්ධතාවක් ලබාගන්න. එනයින්, CB හි දිග $\frac{1}{4}(7l - \sqrt{l^2 + 32a^2})$ බව පෙන්වන්න. (2003)

(36) එක එකක බර W මූලිකාර සුමාන එකාකාර දුඩු පහක් ABCDE සවිධ පංචාසුයක් සැදෙන පරිදි එවායේ කෙළවරවල දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත. CD තිරස් තලයක නිසලව තිබෙන පරිදි පංචාසුය සිරස් තලයක තබා ඇති අතර සවිධ පංචාසුකාර හැඩිය පවත්වාගනු ලබන්නේ BC හා DE දුඩුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන සැහැල්ල දැන්වක් මගිනි. AB හා BC දුඩු මත ක්‍රියා කරන බල දක්වන්න.

තව ද සැහැල්ල දැන්වේ ආනතිය $(\cot \frac{\pi}{5} + 3 \cot \frac{2\pi}{5}) W$ බව ඔව්පු කරන්න. (2003)

(37) AB හා BC යනු සමාන 2a දිග සහ පිළිවෙළින් W හා 2W බර සහිත ඒකාකාර දූෂ්‍ය දෙකකි. ඒවා B හිදී පූමට ලෙස එකට අසවි කර ඇති අතර A සහ C අවල තිරස් බාල්කයකට ද අසවි කර ඇත. දූෂ්‍ය AC ට පහැලින් B පිහිටා පරිදී හා $\widehat{CAB} = \alpha$ වන පරිදී සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ ඇත.

i) B හි අසවිවේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරච්චය $\frac{3}{4}W \cot \alpha$ බව පෙන්වා මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරච්චය සොයන්න.

ii) තවදුරටත් A හා C ප්‍රතික්‍රියාවල ක්‍රියා රේඛා එකිනෙකට ලම්බ වෙයි නම, $\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{35}}$ බව පෙන්වන්න. (2005)

(38) ABCD රෝම්බසයක් සාදා ඇත්තේ එක එකක දිග 2a සහ බර W මුළු සමාන ඒකාකාර දූෂ්‍ය හතරක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි තිරිමෙනි. රෝම්බසය A සන්ධියෙන් එල්ලා ඇති අතර එහි හැඩය පවත්වා ගනු ලබන්නේ දිග $2a \sin \alpha$ මුළු සැහැල්පු දැන්වික් මගින් BC සහ CD හි මධ්‍ය ලක්ෂණ යා කිරිමෙනි. සැහැල්පු දැන්වෙහි තෙරපුම $4W \tan \alpha$ බව පෙන්වා C සන්ධියෙහි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. (2007)

(39) අරය a මුළු H පූමට කුහර සංප්‍රදාය වෘත්තා සිලින්බරයක් එහි අක්ෂය තිරස්ව සවිකර ඇත. එක එකක අරය b ($< \frac{a}{2}$) සහ බර W මුළු A සහ B සමාන පූමට ඒකාකාර සංප්‍රදාය වෘත්තා සිලින්බර දෙකක් සම්මිතිකව H ඇතුළත තබා ඇත්තේ ඒවායේ අක්ෂ H හි අක්ෂයට සමාන්තරව සමතුලිතව තිබෙන පරිදී ය. A සහ B අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{bw}{\sqrt{a(a-2b)}}$ බව පෙන්වන්න. A සහ B එක එකකට සමාන C සිලින්බරයක් සිය අක්ෂය H හි අක්ෂයට සමාන්තර වන පරිදී ඒ දෙක මත පරෙස්සමින් සම්මිතිකව තබනු ලැබේ. $a < b(1 + 2\sqrt{7})$ නම් පමණක් A සහ B ස්ථාපිතව සමතුලිතතාවේ පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න. (2008)

(40) පූමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන සැහැල්පු දූෂ්‍ය හතරකින් සයිදි පැන්ත දිග 2a මුළු ABCD රෝම්බසයක් පූමට තිරස් මෙසයක් මත තබා ඇත. AB දැන්වි සවිකර ඇත. BC සහ CD දූෂ්‍යවල මධ්‍ය ලක්ෂණය සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර තන්තුව ඇදී පවතින පරිදී සුරුණය M මුළු බල යුග්මයක් රෝම්බසයේ තලයෙහි DA දැන්වට දෙනු ලැබේ. $A\bar{B}C = 2\theta$ වෙයි නම්,

i) C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව තන්තුවට සමාන්තර වන බව සහ

ii) තන්තුවේ ආතනිය $\frac{M}{a \sin \theta}$ බව පෙන්වන්න. (2008)

(41) එක එකක දිග 2a සහ බර W මුළු AB, BC පූමට ඒකාකාර දූෂ්‍ය දෙකක් B හි දී නිදහස් ලෙස අසවිකර O අවල ලක්ෂණයකට බැඳී එක එකක දිග 2a මුළු AO, CO සැහැල්පු අවිතනා තන්තු දෙකකින් එල්ලා ඇත. බර W සහ අරය $\frac{a}{3}$ මුළු ඒකාකාර ගෝලයක් දූෂ්‍ය සමග ස්ථාපිතව සහ ඒවායින් ආධාර කරනු ලැබේ ඇත. සමතුලිත පිහිටීමේ දී එක එක දැන්වි සිරස සමග සාදන මුළු කෝණය $\cot^3 \theta + \cot \theta - 30 = 0$ සම්කරණය මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $\cot \theta$ සඳහා තිබිය හැකි එකම අය සොයා ඒ නැඟින්, B අසවිවේ ප්‍රතික්‍රියාව W බව පෙන්වන්න. (2009)

(42) එක එකක දිග $2a$ වූ AB, BC, CD හා DE ඒකාකාර දැඩු හතරක් B, C හා D හි දී පූමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා DE දැඩු එකක බර $2W$ දී BC හා CD දැඩු එකක බර W දී වේ. එකම තිරස් මට්ටමක පිහිටි A හා E ලක්ෂණවලින් දැඩු සිරස් තලයක එල්ලා ඇති අතර AB හා BC දැඩු සිරස් සමග පිළිවෙළින් α හා β කෝෂ සාදන සේ පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතී. $\tan \beta = 4 \tan \alpha$ බව පෙන්වන්න. (2010)

(43) දිග a හා b වන තන්තු දෙකක් මගින් W හාරයක් එකම තිරස් මට්ටමක $\sqrt{a^2 + b^2}$ දුරක පරතරයකින් පිහිටි ලක්ෂණ දෙකකින් එල්ලා ඇත. තන්තුවල ආතනි $\frac{Wa}{\sqrt{a^2+b^2}}$ හා $\frac{Wb}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න. (2011)

(44) A, B, C, D, E හා F යනු පැන්තක දිග මිටර $2a$ වන සවිධි ප්‍රතිපාදක වාමාවර්ත අතට ගන්නා ලද ශිරු වේ. විශාලත්ව නිවාන P, 2P, 3P, 4P, 5P, L, M හා N වන බල පිළිවෙළින් AB, CA, FC, DF, ED, BC, FA හා FE දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දුක්වෙන දියා අතට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, P ඇසුරෙන් L, M හා N සොයන්න. (2011)

(45) AB හා BC ඒකාකාර දැඩු දෙකක් දිගින් සමාන වේ. AB හි බර $2w$ වන අතර BC හි බර w වේ. දැඩු B හි දී පූමට ලෙස අසවූ කර ඇති අතර දැඩුවල මධ්‍ය ලක්ෂණ සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. A හා C පූමට තිරස් මෙසයක් මත සිටින සේ පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයෙහි සිටුවා ඇත. $A\widehat{B}C = 2\theta$ නම්, තන්තුවේ ආතනිය $\frac{3}{2}w \tan \theta$ බව පෙන්වන්න.

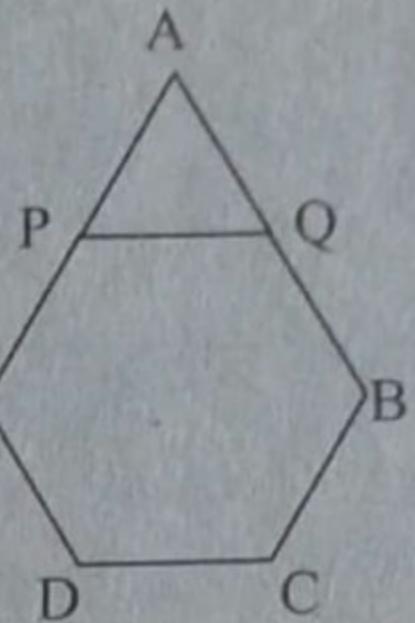
B හි දී ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා එය තිරස් සමග සාදන කෝෂය සොයන්න. (2011)

(46) එක එකක බර W වන AB හා AC ඒකාකාර සමාන දැඩු දෙකක් Aහි දී පූමට ලෙස සන්ධි කර ඇති අතර B හා C කෙළවරවල් සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවක් මගින් සම්බන්ධකර ඇත. එක එකක් තිරසට α කෝෂයකින් ආනන පූමට තල දෙකක් මත B හා C කෙළවරවල් පිහිටා සේ දැඩු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. BC තිරස් වන අතර BC ට ඉහළින් A වෙයි. B හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. $\tan \theta > 2 \tan \alpha$ නම්, තන්තුවේ ආතනිය $\frac{1}{2} W (\tan \theta - 2 \tan \alpha)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $B\widehat{A}C = 2\theta$ වේ. A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. (2012)

(47) එක එකක දිග $2a$ සහ බර W වූ AB, BC හා CA ඒකාකාර දැඩු තුනක් ABC සමඟාද තිකෝෂයක් සැදෙන පරිදි ඒවායේ කෙළවරවල දී පූමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A ශිරු ප්‍රතිපාදය අවල ලක්ෂණයකට පූමට ලෙස අසවූ කර ඇත්තේ තිකෝෂයට සිරස් තලයක තිදිහැසේ ලුමණය වීමට හැකි වන පරිදි ය. තිකෝෂයේ තලයෙහි BC ට ලම්බව B හි දී යෙදු P බලයකින් තිකෝෂය AB තිරස්වන හා AB ට පහළින් C තිබෙන පරිදි අල්ලා තබා ඇත. P හි අගය සොයන්න. C හිදී AC මගින් BC මත යෙදෙන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචකන් සොයන්න. (2013)

(48) එක එකක බර W බැඟින් වූ දී, $AB = AD = 1/\sqrt{3}$ හා $BC = DC = 1/\sqrt{2}$ දී, AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දැඩු හතරක් ABCD රාමු සැකිල්ලක් සාදන පරිදි, ඒවායේ කෙළවරවල්වලින් පූමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. දිග $2l$ වූ සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවකින් A හා C සන්ධි සම්බන්ධ කර ඇත. රාමු සැකිල්ල A සන්ධියෙන් එල්ලනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිතව එල්ලයි. තන්තුවේ ආතනිය $\frac{wl}{4} [5 + \sqrt{3}]$ බව පෙන්වන්න. (2014)

(49) AB, BC, CD, DE හා EA ඒකාකාර බර දැඟු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලින් සුම්ට ලෙස සන්ධි කර රුපයේ දැක්වෙන පරිදි ABCDE පංචාජුයක හැඩියේ රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. BC, CD හා DE දැඟු එක එකක දිග / හා බර W වේ. AB හා EA දැඟු එක එකක දිග 2/ හා බර 2W වේ. දිග / වූ සැහැල්ල PQ දැන්ධික P හා Q දෙකෙලවර පිළිවෙළින් AE හා AB හි මධ්‍ය E ලක්ෂණවලට සුම්ට ලෙස අසව් කර ඇත. A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇති රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව පිහිටි.



B සන්ධියෙහි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක වන (X, Y) ද, PQ සැහැල්ල දැන්ධි තෙරපුම වන T ද නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවන් සම්බන්ධ ලියා දක්වන්න.

එනයින්, B සන්ධියේ දී AB දැන්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, $T = \frac{7W}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(2015)